

Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2022

Takmičenje iz MATEMATIKE
za VIII razred osnovne škole

1. Dati su trocifreni brojevi $M = \overline{4a6}$ i $N = \overline{1b7}$ takvi da nijedan od njih nije djeljiv sa 9, ali je njihov proizvod djeljiv sa 9. Odrediti najveću vrijednost zbira $a + b$.
2. Neka su A i B tačke na kružnici k sa centrom u O tako da je $\angle AOB = 90^\circ$. Simetrala duži AO siječe kraći luk AB kružnice k u tački K i neka je L tačka presjeka duži KO i AB . Dokazati da je trougao $\triangle KBL$ jednakokraki.
3. Odrediti sve parove prirodnih brojeva (m, n) tako da u mreži oblika pravougaonika dimenzija $m \times n$ broj jediničnih kvadrata čija je bar jedna stranica na stranici pravougaonika jednak broju jediničnih kvadrata čije stranice ne leže na stranici pravougaonika.
4. Na planeti X godina ima 2022 dana. Svaki stanovnik planete X u određenom danu godine govori samo istinu ili samo neistinu (mogući su i slučajevi da stanovnik svaki dan godine govori istinu ili svaki dan godine govori neistinu). Svakog dana u godini je stanovnicima A, B, C planete X postavljeno pitanje: "Koliko dana u godini govorite neistinu?". Zabilježeni su sljedeći odgovori:
Stanovnik A je prvog dana odgovorio: "Jedan dan.", drugog dana je odgovorio "Dva dana.", ..., 2022. dana je odgovorio "2022 dana."
Stanovnik B je prvog dana odgovorio "Barem jedan dan.", drugog dana je odgovorio "Barem dva dana.", ..., 2022. dana je odgovorio "Barem 2022 dana."
Stanovnik C je prvog dana odgovorio "Najviše jedan dan.", drugog dana je odgovorio "Najviše dva dana.", ..., 2022. dana je odgovorio "Najviše 2022 dana."
Za svakog od tri stanovnika odrediti koliko dana u godini i kojim danima godine govori neistinu.

Vrijeme rada: 180 minuta.

Svaki zadatak se boduje od 0 do 25 poena.

Rješenja zadataka detaljno obrazložiti.